

Finde den Fehler in der folgenden Rechnung!

Die sog. *partielle Integration* beruht auf folgendem Satz (in Kurzform):

$$\int \mathbf{u}' \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} - \int \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}'$$

Dieser Satz wird nun auf ein spezielles Beispiel angewandt:

$$\begin{aligned} \int \frac{\cos x}{\sin x} dx &= \int \cos x \cdot \sin^{-1} x \, dx \\ &= \sin x \cdot \sin^{-1} x - \int \sin x \cdot [-\sin^{-2} x \cdot \cos x] \, dx \\ &= 1 + \int \sin^{-1} x \cdot \cos x \, dx \\ &= 1 + \int \frac{\cos x}{\sin x} dx \end{aligned}$$

Nach Subtraktion des Integrals auf beiden Seiten der Gleichung folgt:

$$0 = 1 \quad \Leftarrow \quad \text{Widerspruch!}$$