Behauptung: Alle Dreiecke sind gleichseitig.

Beweis:

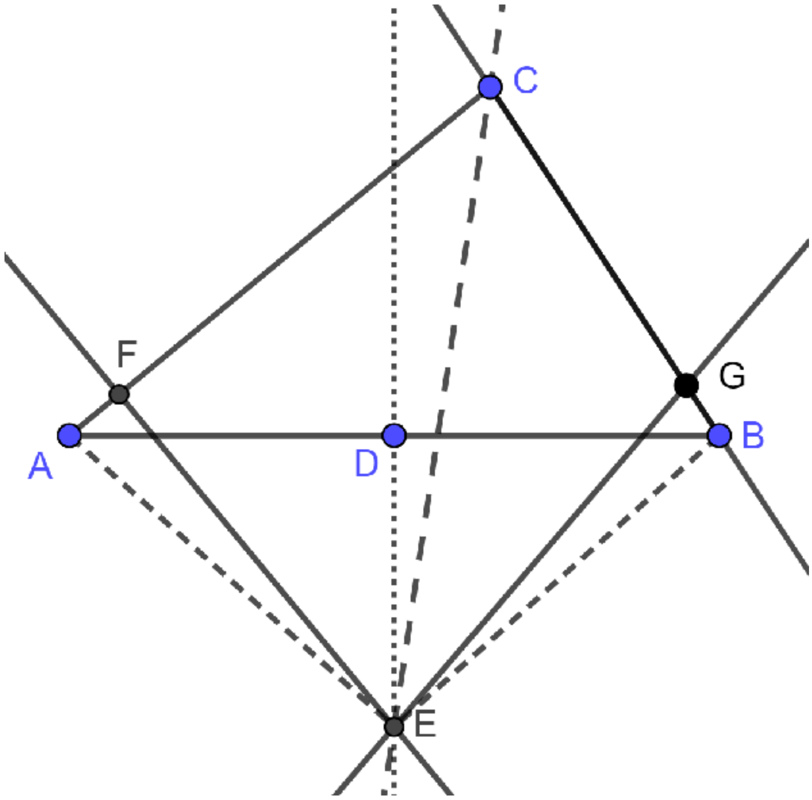
Gegeben sei ein beliebiges Dreieck ABC.

Man errichte die Mittelsenkrechte auf AB im Punkt D und schneide diese mit der Winkelhalbierenden im Punkt C, um den Schnittpunkt E zu erhalten.

Dann errichte man das Lot von E auf AC (der Lotfußpunkt sei F) und von E auf BC (der Lotfußpunkt sei G).

Außerdem zeichne man noch die Strecken AE und BE.

Skizze:



1. Die Winkel ∢ECF und ∢ECG sind gleich.
   Die Winkel ∢EFC und ∢EGC sind beide rechte Winkel.
   Da die beiden Dreiecke ECF und ECG außerdem die Strecke EC gemeinsam haben, müssen sie kongruent sein (SWW). Also gilt CF=CG und EF=EG

2. Weil E auf der Mittelsenkrechten der Seite AB liegt, ist EA=EB.

3. Die Winkel ∢EGB und ∢EFA sind beide rechte Winkel.
   Außerdem gilt EF=EG (laut Punkt 1) und EA=EB (laut Punkt 2).
   Deshalb sind auch die beiden Dreiecke EGB und EFA kongruent (SSW).
   Also gilt: FA=GB.

4. Da CF=CG (laut Punkt 1) und FA=GB (laut Punkt 3), muss nach Addition der Strecken auch CA=CB gelten: CA=CF+FA=CG+GB=CB.

Damit ist bewiesen, dass zwei beliebige Seiten in einem Dreieck gleich lang sind. Also muss dies auch für alle 3 Seiten gelten.

q.e.d.