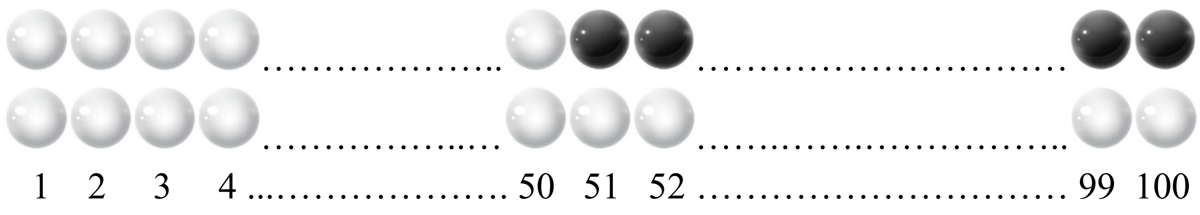
Lösung Kugelproblem

Es soll hier versucht werden, die Lösung anschaulich zu erklären, ohne mathematische Formeln (Satz von Bayes) benutzen zu müssen.

Es geht hier um die Frage: „Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite Kugel weiß ist unter der Voraussetzung, dass die erste Kugel schon weiß war?“

Zur Veranschaulichung des Problems betrachten wir 100 Lederbeutel in denen sich, wie oben beschrieben, jeweils zwei Kugeln befinden. Alle Beutel sollen nach und nach geöffnet werden und beide Kugeln werden entnommen.

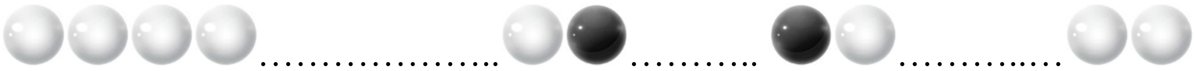
Da es auf die Reihenfolge des Öffnens der Beutel nicht ankommt, kann man sich vorstellen, die ersten 50 Beutel enthalten nur jeweils zwei weiße Kugeln, die nächsten 50 Beutel enthalten jeweils eine weiße und ein schwarze Kugel:



Nun wird zunächst aus allen 100 Beuteln die erste Kugel gezogen. Diese ist bei den ersten 50 Beuteln selbstverständlich weiß. In den ersten 50 Beuteln bleiben also 50 weiße Kugeln zurück.
Aus den Beuteln mit den Nummern 51 bis 100 werden der Wahrscheinlichkeit nach genau 25 weiße Kugeln und 25 schwarze Kugeln gezogen. In den Beuteln 51 bis 100 bleiben also noch 25 weiße und 25 schwarze Kugeln zurück.
Insgesamt werden bei der **ersten Ziehung** genau 50 + 25 = 75 weiße Kugeln gezogen.

Wie schon erwähnt, befinden sich in den ersten 50 Beuteln jetzt 50 weiße Kugeln, und in den Beuteln 51 bis 100 bleiben nur 25 weiße Kugeln übrig.

Nachdem man die Beutel 51 bis 100 umnummeriert hat, ergibt sich folgendes Bild:



1 2 3 4 ………………… 50 51 ………... 75 76 …………... 99 100

Nur bei den Beuteln 1 bis 75 hat man in der ersten Ziehung eine weiße Kugel gezogen. Die Beutel 76 bis 100 fallen also bei der Beantwortung der Ausgangsfrage weg:

1 2 3 4 ………………… 50 51 ………… 75

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei der zweiten Ziehung (unter der Voraussetzung, dass bei der ersten Ziehung weiß herauskam) wieder eine weiße Kugel gezogen wird, beträgt also $\frac{50}{75} = \frac{2}{3}$.